

## ВТЯГИВАНИЕ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ В СИНХРОНИЗМ ПРИ АРКТАНГЕНЦИАЛЬНОМ ЧАСТОТНОМ ПУСКЕ

Блинников М.Е.

СФУ, Политехнический институт, г. Красноярск

### Аннотация

Основными режимами работы маховичного накопителя энергии являются пусковой режим синхронной машины, заряд накопителя или разгон в двигательном режиме и разряд маховичного накопителя или торможение в генераторном режиме синхронной машины. При использовании частотного пуска можно обеспечить успешное втягивание синхронной машины в синхронизм и ограничение максимального пускового тока. Предложен частотный пуск синхронной машины по арктангенциальному закону. Арктангенциальный закон изменения частоты обеспечивает медленное изменение частоты в начале и конце пуска и резкое ускорение, пик которого достигается в момент времени, равный половине продолжительности пуска. Это обеспечивает успешное втягивание в синхронизм без больших бросков тока, регулирование максимального пускового тока и определение достаточной продолжительности пуска. В работе рассмотрен начальный момент времени при разгоне ротора от нуля до втягивания в синхронизм. Арктангенциальный закон изменения частоты представлен аппроксимированной прямой. Получено выражение, связывающее угловой коэффициент аппроксимированной прямой с максимальным моментом в начальный момент пуска. Выполнено имитационное моделирование в среде SimInTech. Отклонение заданного максимального момента от момента, полученного при моделировании, составило 2,38%.

**Ключевые слова:** маховичный накопитель энергии, имитационное моделирование, уравнения Парка-Горева, обратимый преобразователь энергии, математическая модель синхронной машины.

## A PULLING INTO SYNCHRONISM OF SYNCHRONOUS MACHINE IN MODE OF START BY ARCTANGENT VARYING UNDERFREQUENCY RELAY

Mikhail Blinnikov

SibFU, Polytechnic school, Krasnoyarsk

### Abstract

The main modes of operation of the flywheel energy storage are the starting mode of the synchronous machine, the charge of the storage or acceleration in the motor mode and the discharge of the flywheel storage or braking in the generator mode of the synchronous machine. A start by underfrequency relay, it is possible to ensure that the synchronous machine is successfully pulled into synchronism and the maximum starting current is limited. A start by arctangent varying underfrequency relay is offered. The arctangent varying frequency change law provides a slow frequency change at the beginning and the end of start mode and a hard acceleration, a peak of which is reached at a time equal to half the duration of the start mode. This ensures successful pulling into synchronism without large surges of current, regulation of the maximum starting current, and determination of a sufficient start time. The paper considers the initial moment of time when the rotor accelerates from zero to pulling into synchronism. The arctangent varying frequency change law is represented by an approximated straight line. An expression is obtained that relates the angular coefficient of the approximated straight line to the maximum moment at the initial moment of start mode. Simulation modeling was performed in the SimInTech environment. The deviation of the set maximum moment from the moment obtained by the simulation was 2.38%.

**Keywords:** flywheel energy storage, simulation experiment, Park-Gorev equations, reversible energy converter, mathematical model of synchronous machine



## Введение

Вклад в годовое потребление электроэнергии энергосистемы непромышленных потребителей составляет в среднем около 25% [1]. Суточный профиль нагрузки отличается значительной неравномерностью. Альтернативой выделению генерирующих и сетевых резервов является применение накопителей энергии. В работе [2] освещается применение маховичных накопителей энергии для трансформаторных подстанций жилых и общественных зданий. В качестве электромеханического преобразователя механической энергии вращения маховика в электрическую энергию применена синхронная машина, которая запускается с помощью частотного пуска с пропорциональным изменением частоты и напряжения.

В настоящей работе рассмотрим функцию арктангенса в качестве закона изменения частоты. Представим закон изменения частоты в относительных единицах:

$$\nu = \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{2\chi t}{T_{\text{п}}} - \chi\right) + \operatorname{arctg}(\chi)}{2\operatorname{arctg}(\chi)}, \quad (1)$$

где  $T_{\text{п}}$  – продолжительность пуска, с;  $\chi$  – параметр, характеризующий область определения арктангенса;  $t$  – время, с.

В относительных единицах в режиме пуска частота изменяется от 0 до 1. Арктангенциальная зависимость изменения частоты и напряжения обеспечивает медленное изменение частоты в начале и конце пуска и резкое ускорение, пик которого достигается в момент времени, равный половине продолжительности пуска. Медленное изменение частоты в начале пуска способствует успешному втягиванию в синхронизм без больших бросков тока и проворотов ротора относительно поля. Медленное изменение частоты в конце пуска снижает возможные толчки и колебания ротора под действием инерции при выходе на номинальную скорость вращения. В то же время, резкий рост на среднем участке пускового режима снижает продолжительность пуска, а пик потребляемого тока в пусковом режиме можно регулировать.

Данная работа посвящена определению условий успешного втягивания в синхронизм на начальном этапе пускового режима.

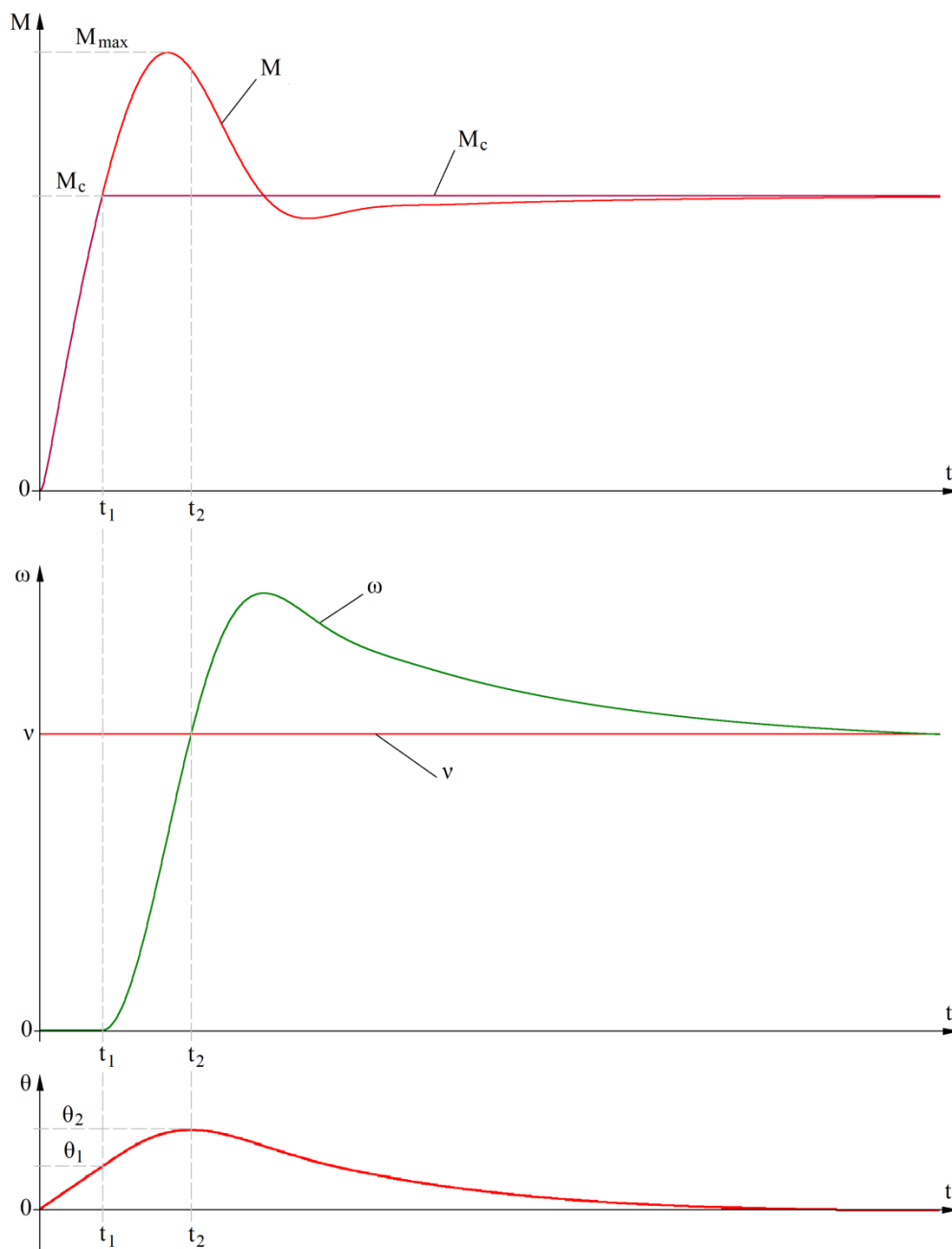
## Основная часть

Для успешного втягивания синхронной машины в синхронизм необходимо, чтобы разность скоростей ротора и вращающегося поля была крайне мала [3]. При частотном пуске скорость поля снижается до единиц и даже долей герца, поскольку ротор машины неподвижен. После втягивания в синхронизм ротора, частота и амплитуда напряжения плавно повышаются до номинальных значений.

На рис. 1 приведены графики изменения электромагнитного и статического момента, скорости ротора и частоты, а также угла нагрузки, расположенные друг под другом в одном масштабе времени в начальный момент пуска при постоянной частоте и амплитуде напряжения  $\nu = \alpha = \text{const}$ .

При включении машины в сеть скорость вращения ротора равна нулю, под действием скольжения с полем возрастает угол нагрузки, потребляемый ток и электромагнитный момент. Электромагнитный момент уравнивается моментом сопротивления под действием силы трения покоя. В момент времени  $t_1$  момент сопротивления достигает своего максимального значения. Трение покоя переходит в трение скольжения. Поскольку момент нагрузки больше не растёт, а электромагнитный момент увеличивается, возникает динамический разгоняющий момент, и скорость ротора начинает возрастать. Моменту времени  $t_1$  соответствует угол нагрузки  $\theta_1$  и скорость ротора  $\omega = 0$ .





**Рис. 1. Начальный момент частотного пуска при постоянной частоте и амплитуде напряжения:**

$M$  – электромагнитный момент;  $M_c$  – статический момент нагрузки;  $M_{max}$  – пик электромагнитного момента;  $\omega$  – скорость ротора;  $v$  – скорость поля;  $\theta$  – угол нагрузки

В момент времени  $t_2$  скорость ротора достигает скорости поля, но под действием инерции ротор проскакивает точку равенства скоростей, и его скорость продолжает увеличиваться. Моменту времени  $t_2$  соответствует наибольший угол нагрузки  $\theta_1$  и скорость ротора  $\omega = v$ . Поскольку знак скольжения поменял знак, электромагнитный момент стал стремительно уменьшаться. Пик скорости ротора достигается при повторном равенстве электромагнитного и статического моментов. После чего электромагнитный момент становится меньше момента нагрузки, и скорость ротора уменьшается. Установление скорости ротора равной скорости поля, то есть вхождение в синхронизм сопровождается затухающими колебаниями. В примере на рис. 1 затухание произошло очень стремительно на первом колебании.



Определим требуемую частоту поля, при которой будет надёжное втягивание машины в синхронизм.

Отрезок времени от начала пуска до достижения синхронной скорости приближённо можно оценить выражением:

$$\Delta t = t_2 - 0 \approx \frac{\Delta\theta}{\omega_6(v - \omega)} = \frac{\theta_2 - 0}{\omega_6(v - 0)} = \frac{\theta_2}{\omega_6 v}, \quad (2)$$

где  $\omega_6$  – базисная частота, рад/с.

Ускорение ротора связано дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M - M_c}{T_j}, \quad (3)$$

где  $T_j$  – эквивалентная механическая постоянная времени ротора и механизма, с;  $M_c$  – момент нагрузки на валу;  $M$  – электромагнитный момент.

Упрощённо среднее ускорение ротора можно определить следующим образом:

$$\left| \frac{d\omega}{dt} \right|_{\text{cp}} = \varepsilon_{\text{cp}} \approx \frac{M_{\text{cp}}}{T_j}, \quad (4)$$

где  $M_{\text{cp}}$  – средний момент на отрезке времени от  $t = 0$  до  $t = t_2$ .

Сделаем два допущения. Будем считать, что электромагнитный момент от  $t = 0$  до  $t = t_2$  изменяется по синусоидальному закону, что достаточно хорошо соответствует внешнему облику графика (рис. 1), полученного с помощью имитационного моделирования. Второе допущение устанавливает, что от  $t = 0$  до  $t = t_2$  замещающая момент синусоида пройдёт четверть периода.

Сделав для кривой момента подобные допущения, можем определить средний момент на отрезке времени от  $t = 0$  до  $t = t_2$ :

$$M_{\text{cp}} = \frac{2(M_{\text{max}} - M_c)}{\pi}. \quad (5)$$

Среднее ускорение по выражению (4) также можно определить по изменению скорости:

$$\varepsilon_{\text{cp}} \approx \frac{v - 0}{t_2 - 0} = \frac{v}{\Delta t} = \frac{v^2 \omega_6}{\theta_2} = \frac{M_{\text{cp}}}{T_j}. \quad (6)$$

Тогда требуемая частота определится выражением:

$$v \leq \sqrt{\frac{\theta_2 M_{\text{cp}}}{\omega_6 T_j}} = \sqrt{\frac{2\theta_2 (M_{\text{max}} - M_c)}{\omega_6 T_j \pi}}. \quad (7)$$

Выражение (7) описывает наибольшую частоту, при которой будет втягивание в синхронизм с моментом  $M = M_{\text{max}}$  и углом  $\theta = \theta_2$ .

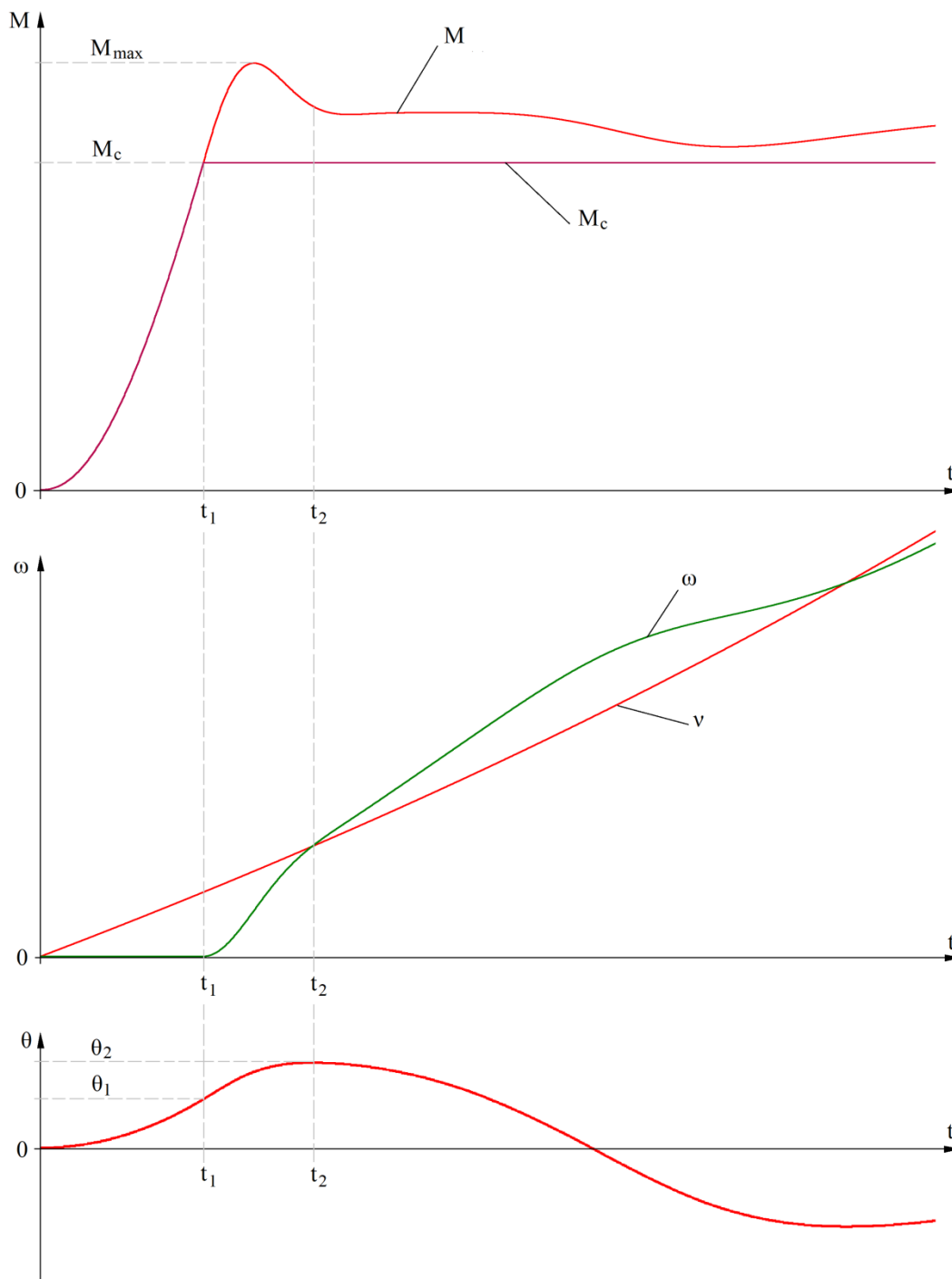
В рассматриваемом нами законе управления скорость поля не постоянная, а изменяется по арктангенциальному закону, который на начальном этапе можно представить в виде прямой, описываемой выражением

$$v \approx \lambda t = \frac{3t}{4T_{\text{II}}\chi}, \quad (8)$$

где  $\lambda$  – угловой коэффициент аппроксимированной прямой.

На рис. 2 приведены графики изменения электромагнитного и статического момента, скорости ротора и частоты, а также угла нагрузки в одном масштабе времени в начальный момент пуска при частоте, изменяющейся по арктангенциальному закону, который можно представить в виде линейной зависимости  $v = \lambda t$ .





**Рис. 2. Начальный момент частотного пуска по арктангенциальному закону**  
(обозначения аналогичны рис. 1)

Рассуждения будем строить аналогично случаю при постоянной частоте. Моменту времени  $t_1$  соответствует угол нагрузки  $\theta_1$  и скорость ротора  $\omega = 0$ . Моменту времени  $t_2$  соответствует наибольший угол нагрузки  $\theta_2$  и скорость ротора  $\omega = v$ . Особенностью является то, что скорость поля постоянно увеличивается. Поэтому после достижения синхронной скорости в момент времени  $t = t_2$ , когда под действием инерции скорость ротора превышает скорость поля, изменение скольжения происходит не только под действием изменения скорости ротора, но и под действием изменения скорости поля. Угол нагрузки может менять знак до вхождения в синхронизм. Поэтому при возрастающей скорости поля или частоты и амплитуды напряжения в начале пуска колебательный процесс вхождения в синхронизм представлен более явно.



Определим взаимосвязь момента, скорости и угла нагрузки на отрезке времени от  $t = 0$  до  $t = t_2$ , используя средние значения на отрезке времени, как было сделано для случая при постоянной скорости поля.

Отрезок времени от начала пуска до достижения синхронной скорости приблизительно можно оценить выражением

$$\Delta t = t_2 - 0 \approx \frac{\theta_2 - 0}{\omega_6(v - 0)} = \frac{\Delta\theta}{\omega_6\lambda t}. \quad (9)$$

Для определения времени перейдём к дифференциалам:

$$dt = \frac{d\theta}{\omega_6\lambda t}. \quad (10)$$

Из дифференциального уравнения (10) следует зависимость

$$t^2 = \frac{2\theta}{\omega_6\lambda}. \quad (11)$$

Среднее ускорение описывается выражением (4) как и для постоянной скорости поля. Также как и для постоянной скорости поля сделаем два допущения. Будем считать, что электромагнитный момент от  $t = 0$  до  $t = t_2$  изменяется по синусоидальному закону  $M = f(\sin(t))$ , что достаточно хорошо соответствует внешнему облику графика (рис. 2), полученного с помощью имитационного моделирования. Но в отличие от постоянной частоты, где было сделано допущение, что от  $t = 0$  до  $t = t_2$  замещающая момент синусоида пройдёт четверть периода, при линейно возрастающей частоте, как видно из рисунка 2, более точным будет сделано допущение, что замещающая момент синусоида пройдёт половину периода. Численно вычисление среднего значения синусоиды на четверти и половине периода не отличается. Таким образом, при линейно возрастающей частоте средний момент от  $t = 0$  до  $t = t_2$  определяется выражением (5).

Среднее ускорение по выражению (4) также можно определить по изменению скорости:

$$\varepsilon_{\text{ср}} \approx \frac{v - 0}{t_2 - 0} = \frac{\lambda t}{\Delta t} = \frac{\lambda t \omega_6 \lambda t}{\Delta\theta} = \frac{\omega_6 \lambda^2 t^2}{\Delta\theta} = \frac{\omega_6 \lambda^2 2\theta_2}{\theta_2 \omega_6 \lambda} = 2\lambda = \frac{M_{\text{ср}}}{T_j}. \quad (12)$$

Из выражения (12) получим требуемый угловой коэффициент аппроксимированной прямой закона изменения частоты по условию не превышения максимального момента:

$$\lambda \leq \frac{M_{\text{ср}}}{T_j} = \frac{M_{\text{max}} - M_{\text{с}}}{T_j \pi}. \quad (13)$$

Выполним имитационное компьютерное моделирование для проверки выражения (13). В качестве среды имитационного моделирования применим отечественное ПО SimInTech. В качестве синхронной машины примем синхронный генератор МС500-1000 с номинальным напряжением 230 В и мощностью 500 кВт [4]. Маховичный накопитель задаётся увеличенным моментом инерции на валу генератора. Статический момент нагрузки примем 5% от номинального момента или 0,04 в принятой системе относительных единиц.

Математическая модель синхронной машины основана на уравнениях Парка-Горева [5–7], для двигательного режима система уравнений в относительных единицах имеет вид:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Psi_d}{dt} = \omega_6(u_d + \omega\Psi_q - r_a i_d); \\ \frac{d\Psi_q}{dt} = \omega_6(u_q - \omega\Psi_d - r_a i_q); \\ \frac{d\Psi_f}{dt} = \omega_6(u_f - r_f i_f); \\ \frac{d\Psi_{yd}}{dt} = -\omega_6 r_{yd} i_{yd}; \\ \frac{d\Psi_{yq}}{dt} = -\omega_6 r_{yq} i_{yq}; \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Psi_d i_q - \Psi_q i_d - M_c}{T_j}; \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_6(v - \omega), \end{array} \right. \quad (14)$$

где  $\psi$  – потокосцепление;  $u$  – напряжение;  $i$  – ток;  $r$  – активное сопротивление;  $M_c$  – момент нагрузки на валу;  $T_j$  – эквивалентная механическая постоянная времени ротора и механизма, с;  $\omega$  – скорость вращения ротора;  $\theta$  – угол нагрузки;  $v$  – относительная частота поля;  $\omega_6$  – базисная угловая частота, эл. рад;  $d$  – индекс переменной, относящейся к продольной оси;  $q$  – индекс переменной, относящейся к поперечной оси;  $f$  – индекс переменной, относящейся к обмотке возбуждения;  $y$  – индекс переменной, относящейся к демпферной обмотке;  $a$  – индекс переменной, относящейся к обмотке статора.

Уравнения для потокосцеплений обмоток в относительных единицах представим в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_f \\ \Psi_{yd} \\ \Psi_{yq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_d & 0 & M_{ad} & M_{ad} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & M_{aq} \\ M_{ad} & 0 & L_f & M_{ad} & 0 \\ M_{ad} & 0 & M_{ad} & L_{yd} & 0 \\ 0 & M_{aq} & 0 & 0 & L_{yq} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \\ I_{yd} \\ I_{yq} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $L_d, L_q$  – синхронные индуктивности статора;  $L_f$  – полная индуктивность обмотки возбуждения;  $L_{yd}, L_{yq}$  – полные индуктивности обмоток ротора;  $M_{ad}, M_{aq}$  – взаимные индуктивности между обмотками статора и ротора.

Определим параметр  $\lambda$  по выражению (13), задавая максимальный момент  $M_{\max} = 0,066$ , кратность максимального момента относительно статического 1,65:

$$\lambda = \frac{M_{\max} - M_c}{T_j \pi} = \frac{0,066 - 0,04}{3,5949 \cdot 3,14159} = 0,0023. \quad (16)$$

Нужно отметить, что задавая максимальный момент, сложно однозначно определить, будет ли он достаточным для втягивания в синхронизм, или даже для достижения ротором синхронной скорости. Малый момент может привести к превышению максимального угла нагрузки, потере устойчивости и провороту ротора относительно поля. По результатам моделирования установлено, что успешное втягивание в синхронизм обеспечивается при максимальном моменте, соответствующем углу нагрузки около  $25^\circ$ – $35^\circ$ .



На рис. 3 представлена осциллограмма электромагнитного момента в начале пуска. Максимальный момент составил около 0,068, относительная погрешность с заданным значением составила 2,38%. На рис. 4 представлена осциллограмма частоты и скорости ротора. После 5 секунд моделирования в электромагнитном моменте начинает преобладать динамический разгоняющий момент, и ротор начинает втягиваться в синхронизм. На рис. 5 представлена осциллограмма угла нагрузки в начале пуска. Угол нагрузки, соответствующий максимальному моменту, составил около 30°.

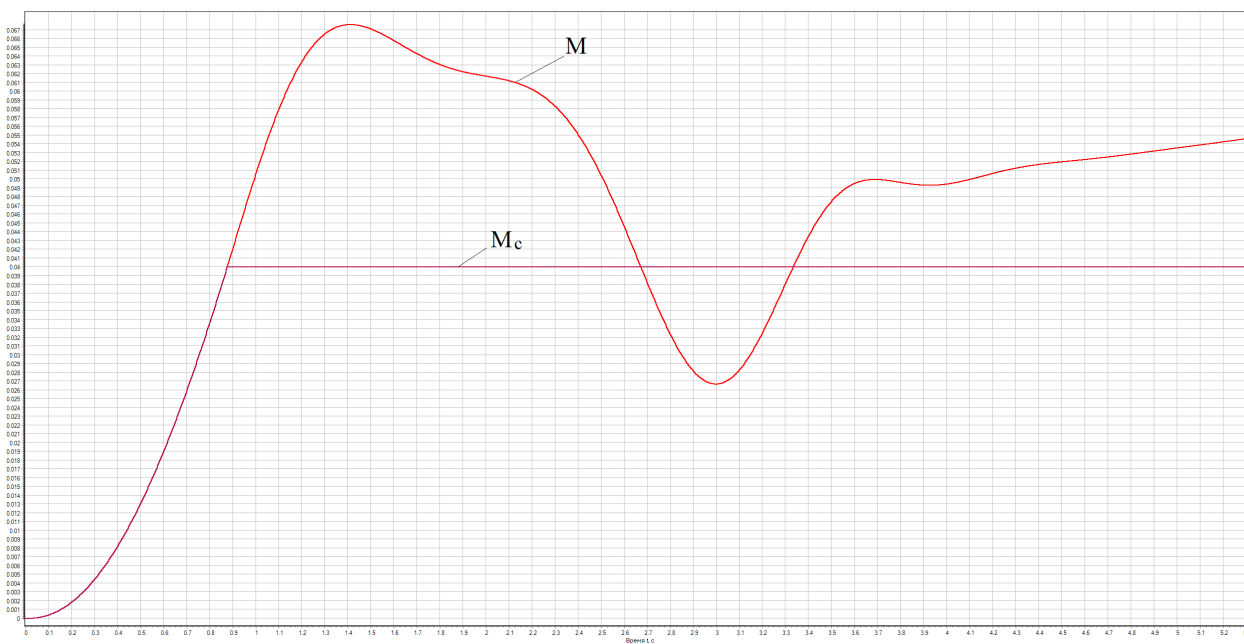


Рис. 3. Осциллограмма электромагнитного момента в начале пуска

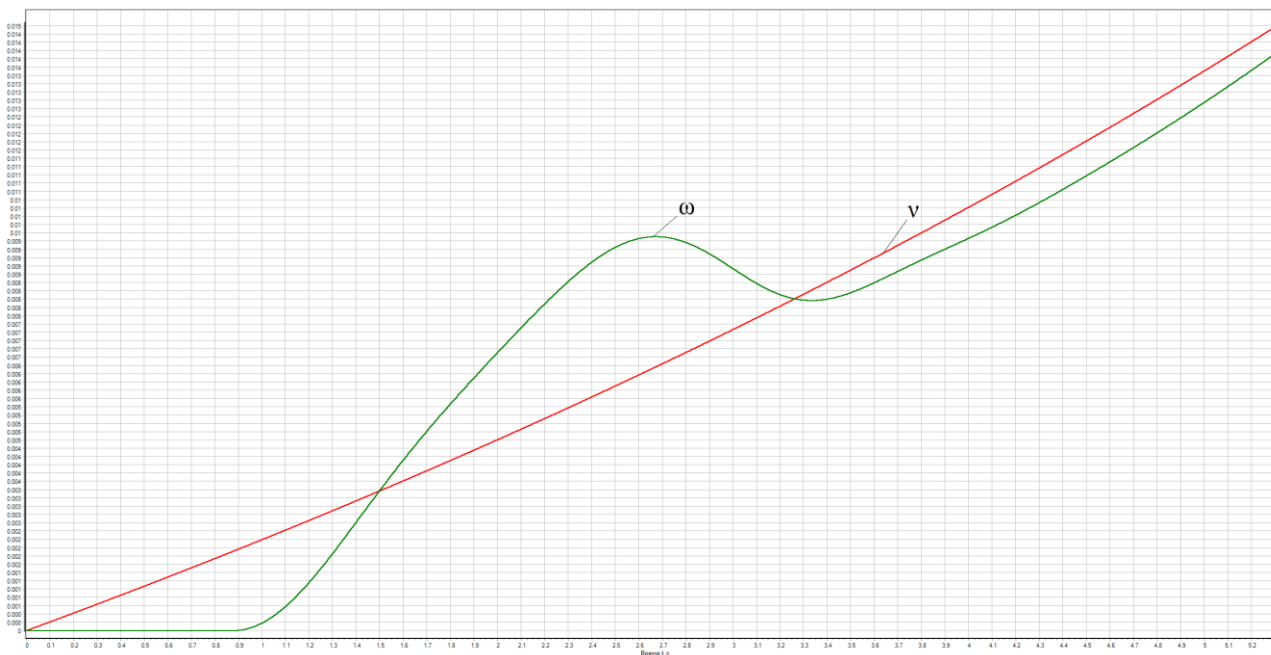


Рис. 4. Осциллограммы скорости ротора и частоты напряжения в начале пуска



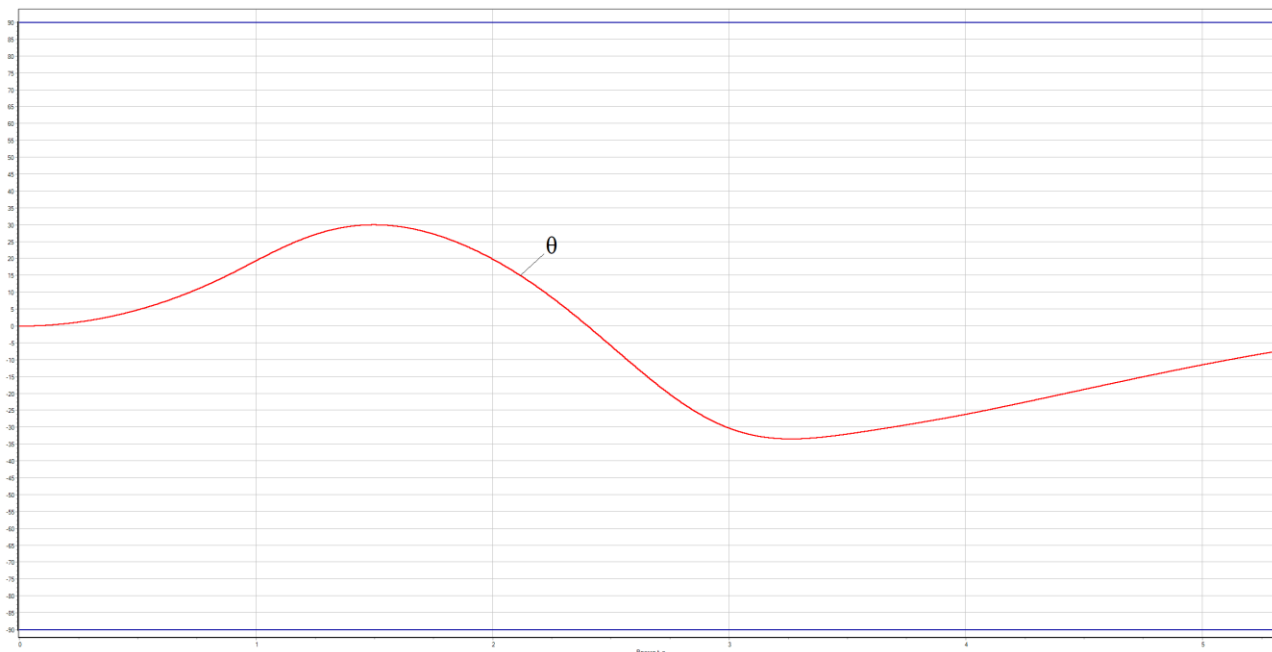


Рис. 5. Оциллограмма угла нагрузки в начале пуска

### Выводы

Получено аналитическое выражение, определяющее связь максимального момента в начальный момент времени частотного пуска синхронного двигателя и углового коэффициента аппроксимированной прямой закона частотного пуска по арктангенциальной зависимости. Для проверки выражения был задан электромагнитный момент, определён угловой коэффициент прямой и проведён численный эксперимент в среде имитационного моделирования. В результате имитационного моделирования отклонение заданного максимального момента 0,066 от момента 0,068, полученного при моделировании, составило 2,38%.

### Библиографический список

1. **Пантелеев В.И., Блинников М.Е.** Формирование требований к основным параметрам маховичных накопителей энергии // Электроэнергия. Передача и распределение. – 2023. – № 6(81). – С. 92-99. EDN: [GTFVAT](#).
2. **Блинников М.Е., Пантелеев В.И.** Имитационная модель синхронной машины с маховичным накопителем энергии в среде Simintech // Энергетические системы. – 2024. – № 2. – С. 33-44. EDN: [OAAKJM](#). DOI: [10.34031/ES.2024.3.003](#).
3. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины: учебник для вузов. В двух томах / 3-е изд., стер. – Т. 2. – М.: Изд. дом МЭИ, 2006. – 532 с. EDN: [QMIVN](#).
4. **Яковлев Г.С.** Судовые электроэнергетические системы: уч. для судостроит. техникумов. – Л.: Судостроение, 1980. – 287 с.
5. **Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А.** Электрические машины (специальный курс): уч. для вузов по спец. «Электрические машины». – М.: Высш. шк., 1987. – 287 с.
6. Моделирование электромеханических комплексов с синхронными двигателями в системе проведения математических расчетов MatLAB, пакет SimuLink / **Б.Н. Абрамович, Ю.Л. Жуковский, А.А. Круглый, Д.А. Устинов.** – СПб.: Нестор, 2007. – 59 с.
7. **Вольдек А.И.** Электрические машины: учебник для студентов высш. техн. учебн. заведений. – Л.: Энергия, 1978. – 832 с.



## References

1. Pantelev, V. I., & Blinnikov, M. E. (2023). Formation of requirements for the main parameters of flywheel energy storages. *Electric power. transmission and distribution*, 6(81), 92-99. [In Russian]
2. Blinnikov, M. E., & Pantelev, V. I. (2024). Simulation model of a synchronous machine with a flywheel energy storage in the simintech environment. *Energy systems*, 2, 33-44. <https://doi.org/10.34031/ES.2024.3.003> [In Russian]
3. Ivanov-Smolenskij, A. V. (2006). *E`lektricheskie mashiny`: uchebnik dlya vuzov. V dvux tomax [Electric machines: a textbook for universities. In two volumes, Volume 2]* (Vol. 2). Izdatel`skij dom ME`I. [In Russian]
4. Yakovlev, G. S. (1980). *Sudovy`e e`lektroe`nergeticheskie sistemy` [Marine electric power systems]. Sudostroenie.* [In Russian]
5. Sipajlov, G. A., Kononenko, E. V., & Xorkov, K. A. (1987). *E`lektricheskie mashiny` [Electric machines]. Vy`sshaya shkola.* [In Russian]
6. Abramovich, B. N., Zhukovskij, Yu. L., Krugly`j, A. A., & Ustinov, D. A. (2007). *Modelirovanie e`lektromexanicheskix kompleksov s sinxronny`mi dvigatelyami v sisteme provedeniya matematicheskix raschetov MatLAB, paket SimuLink [Modeling of electromechanical complexes with synchronous motors in the MatLAB mathematical calculation system, SimuLink package].* Nestor. [In Russian]
7. Vol`dek, A. I. (1978). *E`lektricheskie mashiny`: uchebnik dlya studentov vy`ssh. texn. uchebn. zavedenij [Electric machines: A text book for students of higher technical educational institutions].* E`nergiya. [In Russian]

## Сведения об авторах

**Блинников Михаил Евгеньевич**, аспирант кафедры электроэнергетики ПИ СФУ.

## Authors about

**Mikhail E. Blinnikov**, postgraduate student of the Electric Power Engineering department of Polytechnic School SFU.

## Ссылки для цитирования

Блинников М.В. Втягивание синхронной машины в синхронизм при арктангенциальном частотном пуске // Энергетические системы. 2025. – № 1. – С. 25-34.

Blinnikov, M. E. (2025). A pulling into synchronism of synchronous machine in mode of start by arctangent varying underfrequency relay. *Energy Systems*, 1, 25-34. <https://doi.org/10.34031/es.2025.1.03>

