

ПРОГНОСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКАЗОВ ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ DEA-АНАЛИЗА И РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Логвинова А.А.

Научный руководитель: Посашков М. В.,
Доцент, к.т.н. доцент кафедры «Теплогаснабжение и вентиляция»
ФГБОУ ВО СамГТУ, г. Самара

Аннотация

В статье представлены расчёты, направленные на количественную оценку факторов, влияющих на уровень аварийности оборудования в системе теплоснабжения. Целью является определение степени влияния отдельных эксплуатационных и ресурсных параметров на надёжность функционирования газоперекачивающих агрегатов (ГПА), а также построение моделей, пригодных для прогнозирования отказов и обоснования технической политики. Анализ основан на эмпирических данных, собранных за тринадцатилетний период эксплуатации объекта, включая сведения о затратах на техническое обслуживание и ремонт, объёмах материально-технических ресурсов, используемых в хозяйственном способе, а также о количестве оборудования с истекшим сроком службы. Эти данные легли в основу расчётов по различным математическим моделям. В работе представлены: исходные данные в табличной форме; пошаговые расчёты по методам линейной, степенной и многофакторной регрессии; результаты применения модели анализа окружающей среды (DEA); сравнение точности моделей и интерпретация полученных зависимостей. Особое внимание уделяется построению и обоснованию прогностических моделей, позволяющих заблаговременно выявлять тенденции к росту аварийности и формировать рекомендации по перераспределению ремонтных и ресурсных затрат. Все расчёты выполняются с соблюдением принципов статистической достоверности и на основе принятых в инженерной практике методик.

Ключевые слова: надёжность оборудования, аварийность, DEA-анализ, регрессионное моделирование, линейная регрессия, степенная модель, модель Кобба–Дугласа, коэффициент детерминации (R^2), прогнозирование отказов.

PREDICTIVE MODELING OF EQUIPMENT FAILURES BASED ON DEA ANALYSIS AND REGRESSION MODELS

Alexandra Logvinova

Scientific supervisor: Mikhail V. Posashkov,
associate professor of the department “Heat and Gas Supply and Ventilation”
Samara State Technical University (Samara Polytech), Samara

Abstract

The article presents calculations aimed at quantitatively assessing the factors affecting the accident rate of equipment in the heat supply system. The aim is to determine the degree of influence of individual operational and resource parameters on the reliability of gas pumping units (GPUs), as well as to build models suitable for predicting failures and justifying technical policy. The analysis is based on empirical data collected over a thirteen-year period of operation of the facility, including information on maintenance and repair costs, the volume of material and technical resources used in the economic method, and the number of pieces of equipment that have reached the end of their service life. This data formed the basis for calculations using various mathematical models. The paper presents: initial data in tabular form; step-by-step calculations using linear, exponential, and multifactor regression methods; results of applying the data envelopment analysis (DEA) model; comparison of model accuracy and interpretation of the obtained dependencies. Particular at-



tention is paid to the construction and justification of predictive models that allow for the early detection of trends in accident rates and the formation of recommendations for the redistribution of repair and resource costs. All calculations are performed in accordance with the principles of statistical reliability and based on methods accepted in engineering practice.

Keywords: *equipment reliability, failure rate, DEA analysis, regression modeling, linear regression, power model, Cobb–Douglas model, coefficient of determination (R^2), failure prediction.*

Введение

Повышение надёжности и снижение аварийности энергетического оборудования остаются ключевыми задачами в сфере технической эксплуатации объектов теплоснабжения. Сложность этих задач обусловлена не только многообразием эксплуатационных условий, но и ограниченностью ресурсов, что требует точной количественной оценки факторов, влияющих на отказоустойчивость систем. Одним из критических компонентов, определяющих устойчивость функционирования теплоэнергетических комплексов, являются газоперекачивающие агрегаты (ГПА), от отказов которых зависят производственные риски и общая эффективность технологических процессов.

Современные подходы к управлению техническим состоянием оборудования предполагают использование прогностических моделей, базирующихся на эмпирических данных и методах математической статистики. В этой связи актуальность приобретает построение аналитических зависимостей, способных описывать влияние эксплуатационных и ресурсных факторов на уровень аварийности, а также формирование инструментов для прогнозирования отказов с целью повышения эффективности технической политики.

Настоящее исследование направлено на количественную интерпретацию влияния различных затратных и технико-эксплуатационных показателей на надёжность работы ГПА. В работе используются данные тринадцатилетнего наблюдения, включая сведения о расходах на ремонт, количестве устаревшего оборудования и объёмах применяемых материально-технических ресурсов. На основе этих данных реализован комплекс расчётов с применением моделей линейной, степенной и многофакторной регрессии, а также метода анализа эффективности окружающей среды (DEA).

Предложенный подход позволяет выявить значимые зависимости, сравнить точность различных моделей и наметить направления оптимизации ресурсного обеспечения. Особое внимание уделено построению прогностических уравнений, пригодных для практического применения в энергетических организациях.

Основная часть

DEA-метод представляет собой математико-статистический инструмент, предназначенный для оценки относительной эффективности однородных объектов (в данном случае – участков или подразделений энергохозяйства), функционирующих в условиях ограниченных ресурсов. В рамках данного исследования DEA-модель использовалась для анализа эффективности восстановления ПФ энергохозяйства с учетом комплекса затратных и ресурсных характеристик.

Для построения DEA-модели отобраны четыре критерия (входные и выходные параметры), отражающие основные статьи затрат и износ оборудования (табл.1):

- 1) количество остановов газоперекачивающего агрегата (ГПА) из-за аварий в энергохозяйстве;
- 2) затраты на техническое обслуживание и ремонт (ДТОиР) подрядным способом;
- 3) количество оборудования с истекшим сроком службы;
- 4) затраты на материально-технические ресурсы (МТР) для выполнения работ хозяйственным способом.



Таблица 1

Исходные данные за тринадцатилетний период с 2012 по 2024 год

№	Период	Количество остановов ГПА из-за аварий в энергохозяйстве	Затраты на ДТОиР подрядным способом, млн. руб.	Количество оборудования с истекшим сроком, шт.	Затраты на МТР для выполнения работ хозяйственным способом, млн. руб.
		Y	K	L	Z
1	2012	2	490	189	12
2	2013	5	140	193	15
3	2014	10	110	202	10
4	2015	3	115	207	14
5	2016	2	150	231	12
6	2017	10	140	185	10
7	2018	4	135	204	13
8	2019	6	151	206	12
9	2020	6	120	233	10
10	2021	6	115	231	10
11	2022	4	130	270	11
12	2023	8	120	270	6
13	2024	3	110	272	8

Данные по вышеуказанным критериям были собраны за тринадцатилетний период с 2012 по 2024 год, что позволило построить временной срез и проследить динамику эффективности функционирования объектов.

Опираясь на методику реализации DEA-модели в табличной среде, в данной части работы будет выполнен расчёт показателей относительной эффективности с использованием среды Microsoft Excel и встроенного модуля «Поиск решения».

В таблице Excel формируются массивы входных и выходных данных по всем наблюдениям.

В рамках настоящего исследования в качестве входных переменных использованы (рис. 1):

K – затраты на техническое обслуживание и ремонт (ДТОиР) подрядным способом;

Z – затраты на материально-технические ресурсы (МТР) при ремонте хозяйственным способом.

Выходными переменными являются:

Y – количество аварийных остановов газоперекачивающих агрегатов (ГПА);

L – количество оборудования с истекшим нормативным сроком службы.

Для рассматриваемого объекта формируется расчетное выражение, предназначенное для определения величины, представленной в формуле (1):

$$\frac{u_1 \cdot K + u_2 \cdot Z}{v_1 \cdot Y + v_2 \cdot L} \tag{1}$$

где K, Z – выходные показатели; Y, L – входные № а u_i, v_j – весовые коэффициенты.

DEA - методика													
	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Y	2	5	10	3	2	10	4	6	6	6	4	8	3
K	490	140	110	115	150	140	135	151	120	115	130	120	110
L	189	193	202	207	231	185	204	206	233	231	270	270	272
Z	12	15	10	14	12	10	13	12	10	10	11	6	8

Рис. 1. Исходные данные для DEA-модели в Microsoft Excel



Для всех лет формируются выражения, которые не должны превышать 1. Эти неравенства задаются в интерфейсе «Поиска решения» как ограничения (рис. 2).

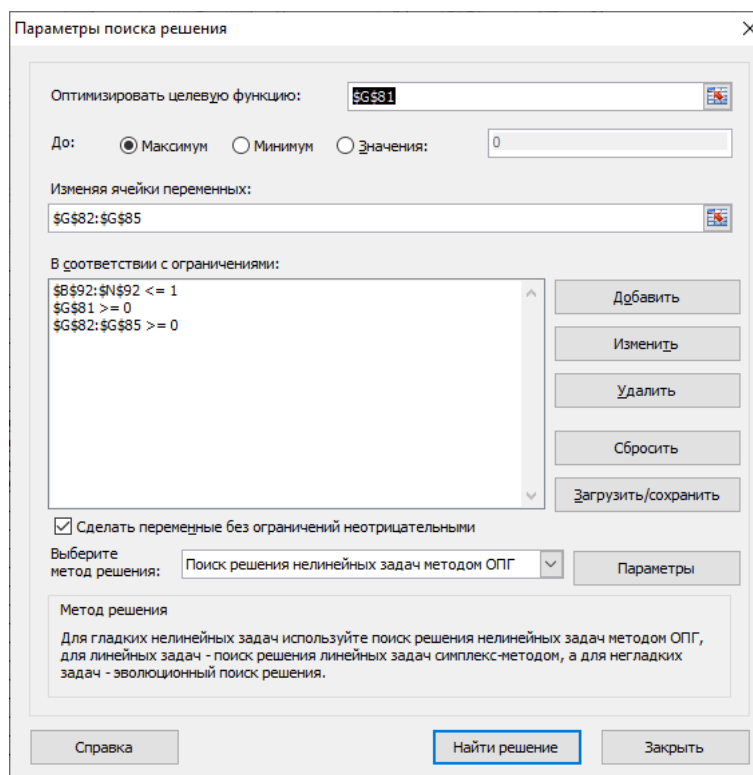


Рис. 2. Пример ограничений в интерфейсе «Поиска решения»

Для каждой последующей строки (года) процедура повторяется с использованием макросов, – так как DEA-модель требует индивидуального оптимизационного расчёта для каждой единицы анализа.

Расчет DEA-модели и интерпретация результатов

В ходе анализа были рассчитаны значения функционалов DEA-модели (табл. 2), отражающие уровень эффективности по каждому году (или объекту). Каждое значение DEA представляет собой отношение взвешенной суммы выходов к взвешенной сумме входов. При этом весовые коэффициенты подбираются таким образом, чтобы максимизировать эффективность анализируемой единицы при условии, что эффективность всех прочих не превышает 1.

Таблица 2

Значения функционалов и весовые коэффициенты

Год	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
<i>f</i>	1,00	1,00	0,64	1,00	1,00	0,72	0,88	0,77	0,56	0,57	0,60	0,31	0,46
<i>u1</i>	0,652	0,011	0,020	0,001	0,000	0,030	0,001	0,023	0,023	0,021	0,001	0,020	0,000
<i>u2</i>	0,991	2,376	2,650	1,998	0,467	3,941	1,766	3,025	3,048	2,698	2,008	2,626	2,064
<i>v1</i>	1,008	0,870	0,000	1,776	2,802	0,000	1,569	0,000	0,000	0,000	1,785	0,000	2,185
<i>v2</i>	1,743	0,170	0,221	0,110	0,000	0,328	0,097	0,252	0,254	0,225	0,110	0,219	0,108

Примечание:

f- значения функционалов;

весовые коэффициенты: *u1*– для *K*; *u2* – для *Z*; *v1* – для *Y*; *v2* – для *L*



Если значение эффективности приближается к 1, это говорит о том, что в рассматриваемом году (или для рассматриваемого объекта) ресурсы использовались максимально рационально. В противном случае значение ниже 1 указывает на возможность повышения эффективности – либо за счёт снижения затрат, либо за счёт перераспределения ресурсов, либо за счёт пересмотра подхода к техническому обслуживанию (рис. 3).

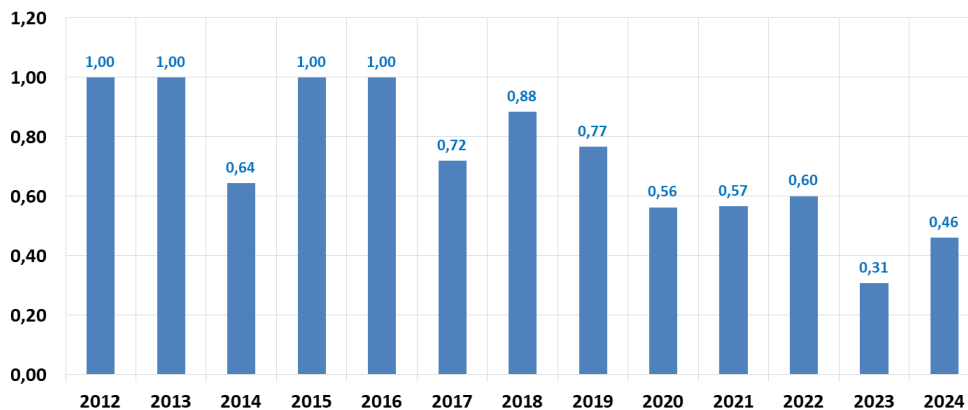


Рис. 3. Сравнительная эффективность восстановления ПФ энергохозяйства

Анализ гистограммы значений DEA-эффективности показал, что в 2012, 2013, 2015 и 2016 годах использование ресурсов в рамках восстановительных мероприятий энергохозяйства было максимально рациональным. В указанные периоды достигнута эффективная сбалансированность между затратами и техническими результатами, что подтверждается значением эффективности, равным 1. В остальные годы наблюдалось снижение относительной эффективности (значения < 1), что свидетельствует о несбалансированном распределении ресурсов и наличии потенциала для повышения результативности технической политики.

Анализ весовых коэффициентов DEA-модели как инструмент выявления ключевых факторов аварийности

Результаты проведенного анализа показали, что наибольшую значимость для снижения аварийности газоперекачивающего агрегата (ГПА) имеют затраты на материально-технические ресурсы (МТР), используемые при выполнении работ хозяйственным способом. Высокий вес, присвоенный этому критерию в рамках DEA-модели, указывает на его критическую роль в формировании надежности оборудования.

Из этого следует, что приоритетным направлением повышения надежности и снижения аварийности является обеспечение своевременного технического обслуживания и текущего ремонта оборудования, осуществляемого с использованием необходимых МТР. В соответствии с нормативными требованиями, эксплуатация оборудования должна сопровождаться реализацией утвержденного графика технического обслуживания и ремонтов, как это регламентируется методическими рекомендациями. Однако реализация данного графика возможна лишь при наличии достаточного объема материально-технических ресурсов, своевременное приобретение и использование которых требует целевых финансовых вложений.

Таким образом, обеспеченность котельной МТР в рамках хозяйственного способа является ключевым условием устойчивой и безаварийной работы энергооборудования. Повышение эффективности планирования и финансирования данного направления должно рассматриваться как одно из важнейших направлений модернизации энергохозяйства.



Линейная модель прогнозирования аварийности на основе затрат на МТР

Одним из базовых методов оценки зависимости между числом аварийных остановов газоперекачивающего агрегата (ГПА) и влияющими на него факторами является построение линейной регрессионной модели.

Критерий «затраты на МТР» был выбран на основе результатов анализа весовых коэффициентов, полученных при применении ДЕА-методики. Анализ показал, что именно данный фактор оказывает наиболее значимое влияние на уровень аварийности, что обусловило его приоритетное использование в прогнозной модели.

Формально модель представляется в виде уравнения:

$$y = a + b \cdot x, \quad (2)$$

где y – прогнозируемое количество аварийных остановов ГПА; x – затраты на МТР для выполнения работ хозяйственным способом, млн. руб; a – свободный член, отражающий условный уровень аварийности при нулевых затратах; b – коэффициент регрессии, характеризующий изменение аварийности при изменении затрат на МТР на единицу.

Оценка параметров a и b производится по совокупности статистических данных за n наблюдаемых периодов. Формулы (3) и (4), вытекающие из условия минимума суммы квадратов ошибок.

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}; \quad (3)$$

$$a = \frac{\sum y_i - b \sum x_i}{n}, \quad (4)$$

где x_i – значение затрат на МТР в i -м году; y_i – количество аварийных остановов в i -м году; n – общее число лет наблюдений.

Данные для расчета приведены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные для линейной регрессии

Период	Затраты на МТР для выполнения работ хозяйственным способом, млн.руб.	Количество остановов ГПА из-за аварий в энергохозяйстве	Дополнительные данные для расчета	
			x^2	$x \cdot y$
	x	y	x^2	$x \cdot y$
2012	12	2	144	24
2013	15	5	225	75
2014	10	10	100	100
2015	14	3	196	42
2016	12	2	144	24
2017	10	10	100	100
2018	13	4	169	52
2019	12	6	144	72
2020	10	6	100	60
2021	10	6	100	60
2022	11	4	121	44
2023	6	8	36	48
2024	8	3	64	24
Сумма	143	69	1643	725



Таким образом:

$$b = \frac{13 \cdot 725 - 143 \cdot 69}{13 \cdot 1643 - 143^2} = -0,486; a = \frac{69 + 0,486 \cdot 143}{13} = 10,654,$$

и уравнение принимает вид:

$$y = 10,654 + 0,486x.$$

Подставив в уравнение линейной регрессии полученные значения коэффициентов a и b , а также фактические данные по затратам на материально-технические ресурсы за заданный период, становится возможным определить расчетное (прогнозное) значение количества аварийных остановов газоперекачивающего агрегата (табл. 4). Полученное значение представляет собой теоретическую оценку, основанную на выявленной зависимости.

Таблица 4

Расчетные и фактические затраты на МТР для выполнения работ хозяйственным способом за тринадцатилетний период с 2012 по 2024 год

Год	Урасчет млн. руб.	Уфакт млн. руб.
2012	5	2
2013	3	5
2014	6	10
2015	4	3
2016	5	2
2017	6	10
2018	4	4
2019	5	6
2020	6	6
2021	6	6
2022	5	4
2023	8	8
2024	7	3

После определения коэффициентов линейной регрессии по исходным данным, а также подстановки значений затрат на материально-технические ресурсы (МТР) в уравнение модели, было получено расчетное количество аварийных остановов газоперекачивающего агрегата для каждого из анализируемых периодов. Сопоставление полученных расчетных значений с фактическими данными показало существенное расхождение между ними.

Для оценки точности аппроксимации, обеспечиваемой построенной линейной моделью, используется коэффициент детерминации R^2 .

Коэффициент R^2 для линейной модели определяется по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (5)$$

где y_i – фактические значения результативного признака (количество аварийных остановов); \hat{y}_i – расчетные значения по модели; \bar{y} – среднее значение по совокупности наблюдений; n – количество наблюдений.

Для расчета R^2 используются данные табл. 5.



Таблица 5

**Исходные данные для расчета коэффициента детерминации R^2
для линейной модели**

Год	\hat{y}_i , млн. руб.	y_i , млн. руб.	$y_i - \hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
2012	5	2	-2,82	7,96	10,94
2013	3	5	1,64	2,67	0,09
2014	6	10	4,21	17,70	22,02
2015	4	3	-0,85	0,72	5,33
2016	5	2	-2,82	7,96	10,94
2017	6	10	4,21	17,70	22,02
2018	4	4	-0,34	0,11	1,71
2019	5	6	1,18	1,39	0,48
2020	6	6	0,21	0,04	0,48
2021	6	6	0,21	0,04	0,48
2022	5	4	-1,31	1,71	1,71
2023	8	8	0,26	0,07	7,25
2024	7	3	-3,76	14,17	5,33
Сумма:			0,00	72,25	88,77

Коэффициент R^2 равен:

$$R^2 = 1 - \frac{72,25}{88,77} = 0,186$$

Анализ величин остаточных отклонений, а также вычисление средней квадратичной ошибки и коэффициента детерминации R^2 подтвердили низкую степень адекватности построенной модели. На ряде участков наблюдается как систематическое недооценивание аварийности, так и значительное отклонение от тренда, что указывает на отсутствие устойчивой линейной зависимости между рассматриваемыми переменными.

Таким образом, на основании полученных расчетов можно заключить, что применение линейной регрессии в данной задаче не позволяет достоверно описать динамику аварийных остановов в зависимости от затрат на МТР. Это делает невозможным формирование обоснованных прогнозов с использованием данной модели. В связи с этим необходимо рассмотреть альтернативные подходы, способные лучше учитывать особенности эмпирических данных – в частности, степенную и трёхфакторную модели.

Степенная модель прогнозирования аварийности на основе затрат на МТР

Ввиду низкой точности линейной регрессионной зависимости между уровнем аварийности газоперекачивающих агрегатов (ГПА) и затратами на материально-технические ресурсы (МТР), было решено исследовать возможность применения степенной модели.

Данный подход основан на предположении о наличии степенной зависимости следующего вида:

$$y = a \cdot x^b, \quad (6)$$

где: y – количество аварийных остановов ГПА в рассматриваемом периоде; x – затраты на МТР, млн. руб.; a , b – параметры модели, определяемые по эмпирическим данным.

Для идентификации параметров a и b используется логарифмическое преобразование, позволяющее перейти к линейной форме уравнения:

$$\ln y = \ln a + b \cdot \ln x. \quad (7)$$



После преобразования модель приобретает линейный вид:

$$Y = A + b \cdot X, \tag{8}$$

где $Y = \ln y$; $X = \ln x$; $A = \ln a$, следовательно

$$a = e^A. \tag{9}$$

Для расчета использовались те же входные данные, что и в линейной модели, приведённые в табл. 3. Дополнительно была проведена логарифмическая трансформация данных, на основе которой рассчитаны параметры степенной регрессии. Результаты расчётов представлены в табл. 6.

Таблица 6

Исходные данные для степенной модели

Период	Затраты на МТР для выполнения работ хозяйственным способом, млн.руб.	Количество остановов ГПА из-за аварий в энергохозяйстве	Дополнительные данные для расчета	
	x	y	ln x	ln y
2012	12	2	2,48	0,69
2013	15	5	2,71	1,61
2014	10	10	2,30	2,30
2015	14	3	2,64	1,10
2016	12	2	2,48	0,69
2017	10	10	2,30	2,30
2018	13	4	2,56	1,39
2019	12	6	2,48	1,79
2020	10	6	2,30	1,79
2021	10	6	2,30	1,79
2022	11	4	2,40	1,39
2023	6	8	1,79	2,08
2024	8	3	2,08	1,10
Сумма	143	69	30,85	20,03
Среднее значение	11	5,31	2,37	1,54

На основе этих данных с применением формул линейной регрессии для логарифмированной модели определяются коэффициенты $\ln a$ и b , а затем восстанавливается исходное уравнение степенной зависимости.

По методу наименьших квадратов коэффициент b (угловой коэффициент линейной регрессии) рассчитывается по формуле:

$$b = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(X_i - \bar{X})^2}. \tag{10}$$

Предварительно в табл. 6 вычислили среднее значение \bar{X} и \bar{Y} :

$$\bar{X} = \overline{\ln x} = 2,37; \quad \bar{Y} = \overline{\ln y} = 1,54.$$

Тогда

$$\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = -0,2394; \quad \sum(X_i - \bar{X})^2 = 0,2730, \quad \text{и}$$

$$b = \frac{-0,2394}{0,2730} = -0,8771;$$

$$\ln a = \overline{\ln y} - b \cdot \overline{\ln x} = 1,54 - (0,8771) \cdot 2,37 = 3,6217; \quad a = e^{3,6217} = 37,40.$$



В результате получена степенная зависимость

$$y = 37,40 \cdot x^{-0,877}.$$

Отрицательный показатель степени указывает на обратно пропорциональную зависимость: при увеличении затрат на МТР количество аварийных остановов снижается. Это подтверждает выводы, полученные при анализе весовых коэффициентов DEA-модели, согласно которым обеспечение котельной необходимыми ресурсами (в рамках хозяйственного способа) является критическим фактором повышения надёжности оборудования (табл. 7).

Таблица 7

Расчетные и фактические затраты на МТР для выполнения работ хозяйственным способом за тринадцатилетний период с 2012 по 2024 год

Год	У _{расчет} млн. руб.	У _{факт} млн. руб.
2012	4	2
2013	3	5
2014	5	10
2015	4	3
2016	4	2
2017	5	10
2018	4	4
2019	4	6
2020	5	6
2021	5	6
2022	5	4
2023	8	8
2024	6	3

На следующем этапе необходимо оценить точность построенной модели с применением коэффициента детерминации, при этом учитываются особенности его расчёта и интерпретации.

Расчет коэффициента детерминации R^2 ведется по преобразованной формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\ln y_i - \ln \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\ln y_i - \overline{\ln y})^2}, \quad (11)$$

где: $\ln y_i$ – логарифм фактического значения числа остановов; $\ln \hat{y}_i$ – логарифм расчетного значения числа остановов, рассчитанного по модели ($\widehat{\ln y}_i = \ln a + b \cdot \ln x_i$); $\overline{\ln y}$ – среднее значение логарифма по всем наблюдениям.

Расчет производится по данным из табл. 8.

Коэффициент R^2 для степенной модели равен:

$$R^2 = 1 - \frac{2,9802}{3,5203} = 0,153.$$

Значение коэффициента детерминации R^2 , полученное для степенной модели, указывает на слабую степень зависимости между затратами на материально-технические ресурсы и уровнем аварийности газоперекачивающих агрегатов. Это означает, что аварийность оборудования определяется не только объёмом ресурсного обеспечения, но и множеством сопутствующих факторов: соблюдением графиков технического обслуживания, квалификацией обслуживающего персонала, а также особенностями эксплуатационного режима.



Таблица 8

**Исходные данные для расчета коэффициента детерминации R^2
для степенной модели**

Год	\hat{y}_i , млн. руб.	y_i , млн. руб.	$\ln y_i$	$\ln \hat{y}_i$	$\ln y_i - \ln \hat{y}_i$	$(\ln y_i - \ln \hat{y}_i)^2$	$(\ln y_i - \overline{\ln y})^2$
2012	5	2	0,69	1,44	1	0,56	0,72
2013	3	5	1,61	1,25	0	0,13	0,00
2014	6	10	2,30	1,60	-1	0,49	0,58
2015	4	3	1,10	1,31	0	0,04	0,20
2016	5	2	0,69	1,44	1	0,56	0,72
2017	6	10	2,30	1,60	-1	0,49	0,58
2018	4	4	1,39	1,37	0	0,00	0,02
2019	5	6	1,79	1,44	0	0,12	0,06
2020	6	6	1,79	1,60	0	0,04	0,06
2021	6	6	1,79	1,60	0	0,04	0,06
2022	5	4	1,39	1,52	0	0,02	0,02
2023	8	8	2,08	2,05	0	0,00	0,29
2024	7	3	1,10	1,80	1	0,49	0,20
Среднее значение:			1,54	-	-	2,9802	3,5203

При этом, несмотря на то, что линейная модель показала несколько более высокое значение R^2 , степенная модель позволяет лучше интерпретировать направление связи и отражает ожидаемую нелинейную зависимость: при недостатке МТР аварийность возрастает непропорционально быстро.

Таким образом, обе модели демонстрируют ограниченную прогностическую способность, что делает их пригодными лишь для предварительной оценки. Для более точного анализа требуется учёт комплекса факторов, влияющих на надёжность оборудования, а значит – переход к многофакторным моделям.

Применение модели Кобба–Дугласа для анализа аварийности оборудования

Проведённый ранее анализ зависимости аварийности газоперекачивающих агрегатов (ГПА) от затрат на техническое обслуживание и ресурсное обеспечение показал, что как линейная, так и степенная регрессионные модели обеспечивают недостаточную точность прогнозирования. Значения коэффициента детерминации, полученные для этих моделей, не превышают 0,19 и 0,15 соответственно, что свидетельствует о слабой объясняющей способности при использовании одномерного подхода. Учитывая это, для дальнейшего анализа принята многофакторная модель Кобба–Дугласа.

Поскольку в исходных данных представлены три независимых фактора воздействия на результативный признак, модель Кобба–Дугласа в рамках данного исследования будет являться трёхфакторной и имеет следующий вид:

$$y = A \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3}, \quad (12)$$

где y – результативный признак, количество аварийных остановов ГПА за календарный год; A – коэффициент масштаба; x_i – факторные переменные: x_1 – годовые затраты на техническое обслуживание и ремонт (ТОиР) подрядным способом, млн. руб.; x_2 – количество единиц оборудования с истекшим нормативным сроком службы, шт.; x_3 – затраты на материально-технические ресурсы при выполнении ТОиР хозяйственным способом, млн. руб.; a_i – показатели эластичности, отражающие вклад каждого фактора в формирование результата.

После логарифмирования (табл. 9) эта модель принимает линейную форму:

$$\ln y = \ln A + a_1 \cdot \ln x_1 + a_2 \cdot \ln x_2 + a_3 \cdot \ln x_3. \quad (13)$$



Таблица 9

Логарифмическое преобразование исходных данных

Год	$\ln y$	$\ln x_1$	$\ln x_2$	$\ln x_3$
2012	0,69	6,19	5,24	2,48
2013	1,61	4,94	5,26	2,71
2014	2,30	4,70	5,31	2,30
2015	1,10	4,74	5,33	2,64
2016	0,69	5,01	5,44	2,48
2017	2,30	4,94	5,22	2,30
2018	1,39	4,91	5,32	2,56
2019	1,79	5,02	5,33	2,48
2020	1,79	4,79	5,45	2,30
2021	1,79	4,74	5,44	2,30
2022	1,39	4,87	5,60	2,40
2023	2,08	4,79	5,60	1,79
2024	1,10	4,70	5,61	2,08

Такое преобразование не изменяет смысловую структуру взаимосвязей между переменными, но позволяет формально применить метод множественной линейной регрессии к аппроксимации эмпирических данных.

Для оценки параметров модели Кобба–Дугласа, приведённой к линейному виду посредством логарифмирования, применяется метод наименьших квадратов (МНК), основанный на минимизации суммы квадратов отклонений между фактическими значениями результативного признака и расчётными значениями модели. Задача заключается в нахождении таких коэффициентов $\ln A$, a_1, a_2, a_3 , при которых целевая функция будет минимальной:

$$S = \sum_{i=1}^n (\ln y_i - (\ln A + a_1 \ln x_{1i} + a_2 \ln x_{2i} + a_3 \ln x_{3i}))^2 = \min. \quad (14)$$

Поскольку модель Кобба–Дугласа была приведена к линейному виду с использованием натуральных логарифмов, оценка её параметров может быть выполнена с применением метода множественной линейной регрессии. Теоретически, данный метод реализуется путём решения системы нормальных уравнений, сформированной по методу наименьших квадратов. Такие вычисления возможно выполнить вручную, однако при наличии трёх факторов и тринадцати наблюдений данный процесс становится трудоёмким, ресурсоёмким и подверженным вычислительным ошибкам.

В связи с этим, для упрощения и автоматизации расчётов используется табличный процессор Microsoft Excel, предоставляющий встроенные средства статистического анализа. Расчёт коэффициентов $\ln A$, a_1, a_2, a_3 был выполнен с использованием функции «ЛИНЕЙН» (LINEST), позволяющей оценить параметры линейной модели вида (13).

Для проведения вычислений в среде Microsoft Excel была сформирована рабочая таблица (рис. 4), содержащая:

- исходные значения y , x_1 , x_2 , x_3 за 2012–2024 гг. (эти данные приведены в табл. 1);
- соответствующие логарифмы $\ln y$, $\ln x_1$, $\ln x_2$, $\ln x_3$, рассчитанные по указанным исходным данным (эти данные приведены в табл. 9).

На основе этих данных был вызван инструмент (рис.5) регрессионного анализа
=ЛИНЕЙН (Y; X; ИСТИНА; ИСТИНА),

где Y – диапазон значений $\ln y$; X – диапазон значений $\ln x_1$, $\ln x_2$, $\ln x_3$; третий аргумент ИСТИНА – указывает, что учитывается свободный член ($\ln A$); четвёртый аргумент ИСТИНА – позволяет получить дополнительные статистические параметры (рис. 6).



Период	У	x1	x2	x3	lny	lnx1	lnx2	lnx3
	Количество остановов ГПА из-за аварий в энергохозяйстве	Затраты на ДТОИР подрядным способом, млн. руб.	Количество оборудования с истекшим сроком, шт.	Затраты на МТР для выполнения работ хозяйством, млн.руб				
2012	2	490,00	189	12	0,69	6,19	5,24	2,48
2013	5	140,00	193	15	1,61	4,94	5,26	2,71
2014	10	110,00	202	10	2,30	4,70	5,31	2,30
2015	3	115,00	207	14	1,10	4,74	5,33	2,64
2016	2	150,00	231	12	0,69	5,01	5,44	2,48
2017	10	140,00	185	10	2,30	4,94	5,22	2,30
2018	4	135,00	204	13	1,39	4,91	5,32	2,56
2019	6	151,00	206	12	1,79	5,02	5,33	2,48
2020	6	120,00	233	10	1,79	4,79	5,45	2,30
2021	6	115,00	231	10	1,79	4,74	5,44	2,30
2022	4	130,00	270	11	1,39	4,87	5,60	2,40
2023	8	120,00	270	6	2,08	4,79	5,60	1,79
2024	3	110,00	272	8	1,10	4,70	5,61	2,08
2025	7	90,00	277	7				

Рис. 4. Рабочая таблица в среде Microsoft Excel

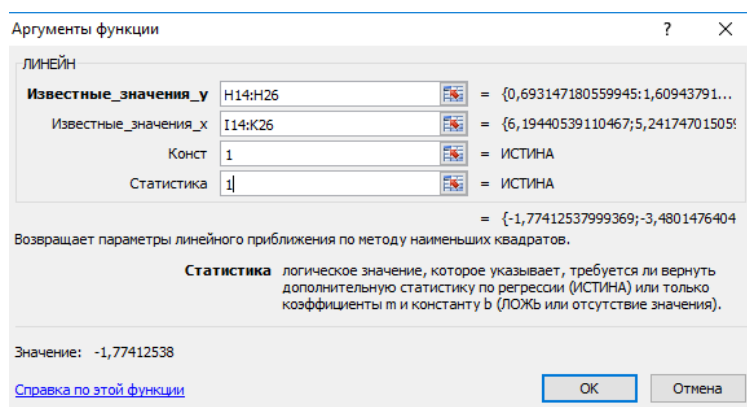


Рис. 5. Окно аргументов функции ЛИНЕЙН в Microsoft Excel

α3	α2	α1	lnA	A
-1,7741254	-3,48	-0,91	29,05	4132880151764,72
0,5205088	0,97234185	0,27146681	6,61238	
0,7174653	0,33243105	#Н/Д	#Н/Д	
7,6181662	9	#Н/Д	#Н/Д	
2,5256599	0,99459364	#Н/Д	#Н/Д	

Рис. 6. Численные значения коэффициентов и статистических показателей модели в среде Microsoft Excel

В результате выполнения регрессионного анализа с использованием логарифмированных переменных и метода наименьших квадратов, реализованного в среде Microsoft Excel, получено следующее уравнение модели Кобба–Дугласа в логарифмической форме:

$$\ln y = 29,05 - 0,91 \cdot \ln x_1 - 3,48 \cdot \ln x_2 - 1,77 \cdot \ln x_3.$$

Отрицательные значения коэффициентов при факторных переменных свидетельствуют об обратном пропорциональном характере влияния: с увеличением соответствующего ресурса или параметра наблюдается снижение уровня аварийности. Это может указывать как на эффективность вложений, так и на общий системный эффект поддержки надёжности.

Поскольку по результатам регрессионного анализа получены все необходимые коэффициенты, представляется возможным сформировать окончательное уравнение модели Кобба–Дугласа, отражающее взаимосвязь между факторными признаками и уровнем аварийности. Итоговая формула имеет следующий вид:

$$y = 4,1 \cdot 10^{12} \cdot x_1^{-0,91} \cdot x_2^{-3,48} \cdot x_3^{-1,77}$$

Полученное уравнение модели Кобба–Дугласа было использовано для расчёта прогнозных значений количества аварийных остановов оборудования за каждый год наблюдений. Результаты расчётов сопоставлены с фактическими значениями, и представлены в табл. 10. Проведённое сравнение демонстрирует высокую степень соответствия между теоретическими и реальными данными.



Таблица 10

Прогнозные и фактические значения количества аварийных остановов оборудования за каждый год наблюдений

Год	У _{расчет} , млн. руб.	У _{факт} , млн. руб.
2012	2	2
2013	4	5
2014	9	10
2015	4	3
2016	3	2
2017	10	10
2018	5	4
2019	5	6
2020	5	6
2021	5	6
2022	2	4
2023	8	8
2024	5	3
2025	5	7

Отклонения в большинстве случаев не превышают 1–1,5 единиц, что, с учётом нелинейного характера взаимосвязей и ограниченного объёма выборки, свидетельствует о достаточно высокой точности модели и её пригодности для предварительного анализа и прогнозирования.

В целях повышения наглядности и подтверждения соответствия построенной модели Кобба–Дугласа реальным наблюдениям был составлен график (рис.7), на котором одновременно представлены фактические значения аварийности оборудования и расчётные значения, полученные на основе модели. Визуальный анализ графика показывает, что линия прогнозируемых значений проходит в непосредственной близости к эмпирическим точкам большинства лет, что подтверждает высокую степень приближения модели к реальности.

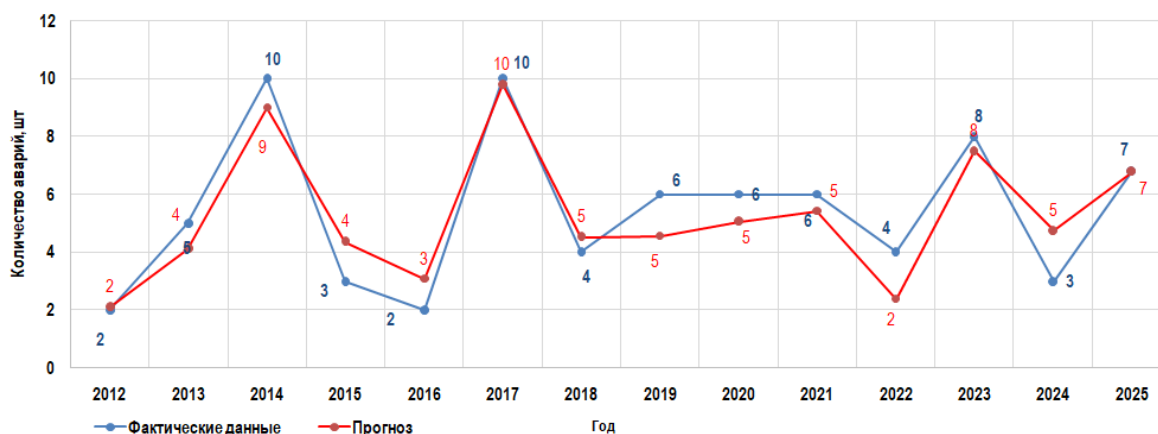


Рис.7. Прогнозирование остановов ГПА из-за аварий в энергохозяйстве

Графическое представление позволяет не только визуализировать динамику аварийности, но и наглядно продемонстрировать состоятельность модели как аналитического инструмента, адекватно отражающего закономерности, выявленные в данных. Отсутствие резких расхождений между кривыми подтверждает обоснованность применения логарифмической формы модели и учёта нескольких факторов одновременно.

Предварительное сопоставление фактических и расчётных значений аварийности показало, что построенная модель Кобба–Дугласа обладает высоким уровнем прибли-



жения к эмпирическим данным. Однако, для того чтобы формализовать полученные результаты и подтвердить обоснованность модели с точки зрения количественной статистической оценки, требуется применение числового показателя, отражающего степень соответствия модели наблюдаемым значениям.

В контексте логарифмической модели Кобба–Дугласа расчёты проводятся на основе логарифмированных значений переменных (табл. 11), поскольку именно в логарифмическом пространстве производилась оценка параметров. Поэтому коэффициент детерминации R^2 будет иметь логарифмический вид (11).

Таблица 11

Исходные данные для расчета коэффициента детерминации R^2 для модели Кобба–Дугласа.

Год	\hat{y}_i , млн. руб.	y_i , млн. руб.	$\ln y_i$	$\ln \hat{y}_i$	$\ln y_i - \ln \hat{y}_i$	$(\ln y_i - \ln \hat{y}_i)^2$	$(\ln y_i - \overline{\ln y})^2$
2012	2	2	0,69	0,74	-0,049	0,002	0,72
2013	4	5	1,61	1,42	0,192	0,037	0,00
2014	9	10	2,30	2,20	0,104	0,011	0,58
2015	4	3	1,10	1,48	-0,377	0,142	0,20
2016	3	2	0,69	1,12	-0,432	0,186	0,72
2017	10	10	2,30	2,28	0,019	0,000	0,58
2018	5	4	1,39	1,51	-0,125	0,016	0,02
2019	5	6	1,79	1,52	0,274	0,075	0,06
2020	5	6	1,79	1,62	0,170	0,029	0,06
2021	5	6	1,79	1,69	0,101	0,010	0,06
2022	2	4	1,39	0,87	0,519	0,270	0,02
2023	8	8	2,08	2,02	0,064	0,004	0,29
2024	5	3	1,10	1,56	-0,460	0,212	0,20
Среднее значение:			1,54	-	-	0,9946	3,5203

Коэффициент R^2 для модели Кобба–Дугласа равен:

$$R^2 = 1 - \frac{0,9946}{3,5203} = 0,7175$$

Таким образом, построенная модель Кобба–Дугласа объясняет 71,75% вариации логарифма аварийности оборудования, что подтверждает высокую степень соответствия модели эмпирическим данным и делает её пригодной для анализа и прогнозирования в рамках рассматриваемой системы.

Интерпретация полученных результатов по трем методам

Анализ данных, представленных в табл. 12, демонстрирует улучшение качества аппроксимации при переходе от одномерных моделей к многофакторной модели Кобба–Дугласа. Линейная и степенная зависимости показывают ограниченную способность объяснять вариацию результативного признака, что указывает на слабую однородность связи между аварийностью и отдельными факторами при их изолированном рассмотрении.

Таблица 12

Оценка качества регрессионных моделей по коэффициенту детерминации

Вид регрессионной модели	Форма зависимости	Коэффициент детерминации R^2
Линейная	$y = a + b \cdot x$	0,1862
Степенная	$y = a \cdot x^b$	0,1515
Кобба–Дугласа (трёхфакторная)	$y = A \cdot x_1^{a1} \cdot x_2^{a2} \cdot x_3^{a3}$	0,7175



Многофакторная модель, учитывающая одновременное влияние трёх параметров, демонстрирует значительно более высокую степень согласования с эмпирическими данными. Это подтверждает эффективность выбранного подхода к моделированию, основанного на логарифмической трансформации и мультипликативной форме зависимости, и позволяет использовать полученную модель как основу для дальнейшего прогнозного анализа и поддержки управленческих решений.

Вывод

Проведённый анализ показал, что эффективность функционирования газоперекачивающих агрегатов в системе теплоснабжения в значительной степени определяется объемом и структурой ресурсного обеспечения, прежде всего затратами на материально-технические ресурсы и техническое обслуживание. Метод DEA позволил выявить периоды рационального использования ресурсов, а также обозначить временные отрезки, характеризующиеся потенциалом для оптимизации.

Применение различных регрессионных подходов позволило количественно оценить степень влияния отдельных факторов на уровень аварийности. Установлено, что одномерные модели – линейная и степенная – демонстрируют ограниченную объясняющую способность и не обеспечивают высокой точности прогнозов. В то же время, многофакторная модель Кобба–Дугласа показала высокий уровень аппроксимации и позволяет учитывать комплексное воздействие различных факторов, что делает её предпочтительным инструментом для прогнозного анализа.

Полученные результаты подтверждают необходимость интеграции многофакторных оценочных моделей в систему принятия технических решений, связанных с управлением жизненным циклом оборудования. Разработанный аналитический аппарат может быть использован при формировании технико-экономических стратегий и планировании ремонтно-эксплуатационных мероприятий в энергохозяйствах, ориентированных на повышение надёжности и снижение эксплуатационных рисков

Библиографический список

1. Гаврилова А.А., Дязитдинова А.Р., Цапенко М.В. Методы моделирования, управление и принятие решений в социально-экономических системах: учеб. пособие. – Самара: СамГТУ, 2015. – 247 с.
2. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. М.: Финансы и статистика, 1981. – 292 с.
3. Дилигенский Н.В., Цапенко М.В., Гаврилова А.А. Методы моделирования и управления производственно-экономическими объектами: учеб. пос. – Самара: СамГТУ, 2017. – 136 с. EDN: [BFUGTI](#).
4. Сысоев В.В. Парная линейная регрессия: учеб. пособие. – Воронеж: ВГТА, 2003. – 67 с.
5. Игнашева Т.А. Регрессионный анализ социально-экономических явлений и процессов: учеб. пос. – Йошкар-Ола : ПГТУ, 2022 – 25 с.
6. Меньщикова В.И. Эконометрика: учеб. пос. – Тамбов: ТГТУ, 2024. – 14 с.
7. Себер Д. Линейный регрессионный анализ / Пер. с англ. В. П. Носко. – М.: Мир, 1980. – 456 с.

Сведения об авторах

Логвинова Александра Алексеевна, студентка 2 курса магистратуры ФГБОУ ВО СамГТУ, г. Самара, alexandra_ostapenko@mail.ru

Ссылки для цитирования

Логвинова А. А. Прогностическое моделирование отказов оборудования на основе DEA-анализа и регрессионных моделей // Энергетические системы. 2025. – № 2. – С. 81-96.

Logvinova, A.(2025). Predictive modeling of equipment failures based on DEA analysis and regression models. *Energy Systems*, 2, 81-96 <https://doi.org/10.34031/es.2025.2.08>

